Complementi di Analisi Matematica I – Appello straordinario del 08/01/05 (Perfetti)
Compito A

Primo Esercizio (6) Calcolare i seguenti integrali $\int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\sin^2 x}{x^2+1}$, $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{1-2a\sin t + a^2}$ $|a| \neq 1$

Secondo Esercizio (10) Sia data la funzione $\frac{z}{z^2 - 2z(1+i) + 4i}$

1) Scrivere lo sviluppo in serie di Taylor centrato in un generico punto z_o in cui la funzione non è singolare e stabilire l'insieme di convergenza

2) Detti c_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli c_3 nel caso in cui $z_o = 1+i$

3) Detti b_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli b_3 nel caso di $z_o = 0$

4) Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent centrato nei punti di singolarità e stabilire l'insieme di convergenza

5) Detti a_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli a_4

Terzo Esercizio (6) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' - 2y' + y = \delta(t-1) \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases}$

Quarto Esercizio (6) Sia dato un filo disposto lungo la semiellisse $\frac{y^2}{4} + x^2 = 1$, $x \geq 0$ e lungo il segmento di equazioni $x = 0$, $-2 \leq y \leq 2$. Sulla semiellisse la densità del filo è $\delta(x,y) = |xy|$ mentre sul segmento è $\delta(x,y) = |y+1|$. Si calcoli l'ordinata del baricentro del filo.

Quinto Esercizio (6) Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = y^2 x \underline{i} + \underline{j} + \underline{k}$ uscente dalla superficie aperta data dall'ellissoide $z = 1 - \frac{x^2}{4} - y^2$, $z > 0$

Sesto Esercizio (6) Si valuti $\int_\gamma \omega$ dove $\omega = (2xy^2 + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2})dx + (2yx^2 + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2})dy$ e $\gamma = (\gamma_1(t), \gamma_2(t))\colon [0, \sqrt{\frac{\pi}{4}}] \to \mathbf{R}^2$ è la curva $\gamma_1 = \cos t^2$, $\gamma_2 = \sin t^2$

Complementi di Analisi Matematica I – Appello straordinario del 08/01/05 (Perfetti)
Compito B

Primo Esercizio (6) Calcolare i seguenti integrali $\int_{-\infty}^{+\infty} dx\frac{\sin^2 x}{x^2+4}$, $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4-4a\sin t+a^2}$ $|a|\neq 2$

Secondo Esercizio (10) Sia data la funzione $\frac{z}{z^2+2z(1-i)-4i}$

1) Scrivere lo sviluppo in serie di Taylor in un generico punto z_o in cui la funzione non è singolare e stabilire l'insieme di convergenza

2) Detti c_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli c_3 nel caso in cui $z_o = i-1$

3) Detti b_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli b_3 nel caso di $z_o = 0$

4) Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent centrato nei punti di singolarità e stabilire l'insieme di convergenza

5) Detti a_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli a_4

Terzo Esercizio (6) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y^{''}-8y'+16y=\delta(t-2) \\ y(0)=0, y'(0)=1 \end{cases}$

Quarto Esercizio (6) Sia dato un filo disposto lungo la semiellisse $\frac{y^2}{4}+\frac{x^2}{2}=1$, $x\geq 0$ e lungo il segmento di equazioni $x=0$, $-2\leq y\leq 2$. Sulla semiellisse la densità del filo è $\delta(x,y)=|xy|$ mentre sul segmento è $\delta(x,y)=|y+\frac{3}{2}|$. Si calcoli l'ordinata del baricentro del filo.

Quinto Esercizio (6) Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x})=\underline{i}+x^2y\underline{j}+\underline{k}$ uscente dalla superficie aperta data dall'ellissoide $z=1-\frac{x^2}{2}-y^2$, $z>0$

Sesto Esercizio (6) Si valuti $\int_\gamma \omega$ dove $\omega=(y^2+\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{1}{1+\sqrt{x^2+y^2}})dx+(2xy+\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{1}{1+\sqrt{x^2+y^2}})dy$ e $\gamma=(\gamma_1(t),\gamma_2(t))\colon [0,\sqrt{\frac{\pi}{3}}]\to \mathbf{R}^2$ è la curva $\gamma_1=\cos t^2$, $\gamma_2=\sin t^2$

Complementi di Analisi Matematica I – Appello straordinario del 08/01/05 (Perfetti)
Compito C

Primo Esercizio (6) Calcolare i seguenti integrali $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\cos^2 x}{x^2+1}$, $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{dt}{1-4a\sin t+4a^2}$ $|a|\neq \frac{1}{2}$

Secondo Esercizio (10) Sia data la funzione $\displaystyle\frac{z}{z^2+2z(i-1)-4i}$

1) Scrivere lo sviluppo in serie di Taylor in un generico punto z_o in cui la funzione non è singolare e stabilire l'insieme di convergenza

2) Detti c_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli c_3 nel caso in cui $z_o = 1-i$

3) Detti b_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli b_3 nel caso di $z_o = 0$

4) Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent centrato nei punti di singolarità e stabilire l'insieme di convergenza

5) Detti a_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli a_4

Terzo Esercizio Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 2y' + y = \delta(t-3) \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases}$

Quarto Esercizio (6) Sia dato un filo disposto lungo la semiellisse $y^2 + \frac{x^2}{4} = 1$, $x \geq 0$ e lungo il segmento di equazioni $x = 0$, $-2 \leq y \leq 2$. Sulla semiellisse la densità del filo è $\delta(x,y) = |xy|$ mentre sul segmento è $\delta(x,y) = |y + \frac{1}{2}|$. Si calcoli l'ordinata del baricentro del filo.

Quinto Esercizio (6) Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = \underline{i} + x^2y\underline{j} + \underline{k}$ uscente dalla superficie aperta data dall'ellissoide $z = 1 - \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{y^2}{4}$, $z > 0$

Sesto Esercizio (6) Si valuti $\int_\gamma \omega$ dove $\omega = (2x + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{1}{1+x^2+y^2})dx + (-2y + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{1}{1+x^2+y^2})dy$ e $\gamma = (\gamma_1(t), \gamma_2(t))$: $[0, \sqrt{\frac{\pi}{6}}] \to \mathbf{R}^2$ è la curva $\gamma_1 = \cos t^2$, $\gamma_2 = \sin t^2$

Complementi di Analisi Matematica I – Appello straordinario del 08/01/05 (Perfetti)
Compito D

Primo Esercizio (6) Calcolare i seguenti integrali $\int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\cos^2 x}{x^2+4}$, $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{9-6a\sin t + a^2}$ $|a| \neq 3$

Secondo Esercizio (10) Sia data la funzione $\frac{z}{z^2+2z(i+1)+4i}$

1) Scrivere lo sviluppo in serie di Taylor in un generico punto z_o in cui la funzione non è singolare e stabilire l'insieme di convergenza

2) Detti c_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli c_3 nel caso in cui $z_o = -i - i$

3) Detti b_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli b_3 nel caso di $z_o = 0$

4) Scrivere lo sviluppo in serie di Laurent centrato nei punti di singolarità e stabilire l'insieme di convergenza

5) Detti a_k i coefficienti dello sviluppo si calcoli a_4

Terzo Esercizio (6) Risolvere il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'' + 8y' + 16y = \delta(t-3) \\ y(0) = 0, y'(0) = 1 \end{cases}$

Quarto Esercizio (6) Sia dato un filo disposto lungo la semiellisse $\frac{y^2}{4} + \frac{x^2}{9} = 1$, $x \geq 0$ e lungo il segmento di equazioni $x = 0$, $-2 \leq y \leq 2$. Sulla semiellisse la densità del filo è $\delta(x,y) = |xy|$ mentre sul segmento è $\delta(x,y) = |y-1|$. Si calcoli l'ordinata del baricentro del filo.

Quinto Esercizio (6) Calcolare il flusso del campo vettoriale $\underline{F}(\underline{x}) = y^2 x\underline{i} - \underline{j} + \underline{k}$ uscente dalla superficie aperta data dall'ellissoide $z = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$, $z > 0$

Sesto Esercizio (6) $\int_\gamma \omega$ dove $\omega = (2x + \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{1}{2+\sqrt{x^2+y^2}})dx + (1 + \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} \frac{1}{2+\sqrt{x^2+y^2}})dy$; γ è la curva data dall'unione delle due curve $\gamma_1(t)\colon [0,1] \to \mathbf{R}^2$ e $\gamma_2(t)\colon [1,2] \to \mathbf{R}^2$ dove $\gamma_1(t) = \begin{cases} -t+2 \\ t-1 \end{cases}$ e $\gamma_2(t) = \begin{cases} t \\ \sqrt{t-1}. \end{cases}$